

# 리사주 도형을 이용하여 공기 중에서 진행되는 소리의 속력 측정하기

강미선<sup>1</sup>, 안효정<sup>1</sup>, 염혜지<sup>1</sup>, 김경대<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>한국과학영재학교, 부산광역시 614-822

<sup>2</sup>KAIST 과학영재교육연구원, 대전광역시 305-701

## Measurement of the frequency and the temperature dependence of the sound speed in air by using the Lissajous curves

Miseon Kang<sup>1</sup>, Hyojeong Ahan<sup>1</sup>, Hyeji Yeom<sup>1</sup>, Kyoungdae Kim<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Korea Science Academy, Busan 614-822

<sup>2</sup>Institute for Gifted Students, KAIST, Daejeon 305-701

### 요약

리사주 도형의 개념을 응용하여 공기 중에서 진행되는 소리의 속력을 비교적 정확하게 측정할 수 있는 방법을 제시하였다. 이 방법으로 측정된 결과, 20.4 °C에서 공기 중을 진행되는 소리의 속력은 344.3 m/s로 이론값과 0.2 % 범위 내에서 잘 일치하는 것을 확인하였다. 0.4~2.0 kHz 사이의 범위에서 음파의 진행속력은 진동수와 무관하고, 상온에서 온도가 증가함에 따라 소리의 속력도 함께 증가하는 것을 확인하였다. 이 실험담구활동은 소리 파동 개념을 학습한 과학영재들과 물리학을 이수하는 고등학교 및 학부생에게 파동의 중첩과 파동의 진행속력에 관한 구체적이고 효과적인 심화교육 자료로 활용될 수 있을 것이다.

**주제어** : 소리의 속력, 리사주 도형, 파동 중첩, 물리실험

### 서론

파동은 우리에게 매우 친숙한 물리학 현상이다. 파동과 관련된 여러 가지 현상 중에서 한 음원으로부터 퍼지는 역학적 파동 중의 한 현상으로 소리에 대해서 많은 연구가 이루어졌다. 여기에는 소리의 속도를 측정하는 여러 연구도 포함되는데, 음파의 어떤 특징을 이용하느냐에 따라 측정 방법이 아주 다양하다. 그 성질의 예로는 공명(Muirhead, 1979), 정상파(Richard,

1996), 도플러 효과(Ng and Mak, 2001) 등을 들 수 있다. 또한 이에 따라 음속을 측정하는 각각의 다양한 방법(Fazio et al., 2006; Mak et al., 2000; Velasco et al., 2004; Worland and Wilson, 1999)에 대한 연구결과들이 보고되었다.

한편 최근 연구에 의하면 소리파동에 관한 학생들의 개념 이해가 쉽지 않고(Wittmann et al., 2003) 다양한 오개념을 가지고 있으며(송진웅 등, 2004), 심지어는 학생들을 가르칠 현직 과학교사와 예비교사의 경우에도 소리 파동의 전파와 파동 관련 개념에 관한 이해가 부족하다는 보고가 있었다(김경대 등, 2007; 오원근과 김재우, 2006). 특히, 관련 물리 내용을 이수한

\*교신저자: kkim@kaist.ac.kr

•2007년 10월 5일 접수, 2008년 2월 15일 통과.

고등학생들과 일반물리학을 이수한 물리전공이 아닌 과학 예비교사들의 경우에 심화된 개념과 구체적인 상황에서 파동 개념을 잘 이해하지 못하였다. 이들 파동과 관련된 파동의 중첩과 매질에서 소리 파동의 진행속력과 관련된 개념을 잘 이해하지 못하고 어려워하는 것은 구체적인 경험과 탐구활동을 통한 심화된 개념에 대한 깊이 있는 이해의 기회를 갖지 못한 것도 한 원인일 것이다(이영직과 권재술, 1993).

이 연구에서는 소리 파동, 파동의 중첩 등과 관련 개념을 이미 이수한 과학영재들을 대상으로 공기 중에서 소리 파동의 진행속력 측정이라고 하는 구체적인 탐구상황을 제시하여 이미 학습한 기존의 개념과 내용을 활용하여 탐구를 수행하도록 제시하였다. 이 연구에 참여한 과학영재들은 여러 방법 중 실험장치가 간단하고 비교적 측정이 정확한 방법으로 리사주 도형(Marion, 2003)을 이용하여 공기 중에서 진행하는 소리의 속력을 측정하였다. 기존에 알려진 리사주 도형을 이용한 소리의 속력을 측정한 연구(Berg and Brill, 2005)에서는 매우 간략히 그 과정과 결과를 제시하였다. 그러나 이 연구에서는 학교현장에서 탐구하기에 용이하도록 충분한 실험결과를 제시하였으며, 0.4 kHz ~ 2.0 kHz 사이의 범위에서 음파의 진동수와 소리 파동의 진행속력과의 관계를 조사하였고, 또한 추가적으로 상온에서 공기의 온도 변화에 따른 음속의 관계도 탐구하였다.

### 이론적 배경

소리의 속력은 이상기체에서 다음과 같은 식으로 주어진다.

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad (1)$$

이 때  $v$ 는 이상기체에서의 소리의 속도,  $\gamma$ 는 단열상수,  $R$

은 기체상수( $8.314 J/mol K$ ),  $T$ 는 절대온도,  $M$ 은 기체의 분자량이다(Anderson, 1981).

건조한 공기의 평균 분자량은  $28.95 g/mol$  이고 단열상수  $\gamma$ 는 1.4라고 하면 소리의 속력은 다음과 같이 주어진다 (Veasco et al., 2004; Berg and Brill, 2005).

$$v = 20.05 \sqrt{T} \text{ m/s} \quad (2)$$

$0^\circ C$  에서 건조한 공기에서의 소리의 속도는 약  $331.45 m/s$  로 주어진다.

또한 이 식을 근사하여 간단한 선형방정식으로 나타낼 수 있다.

$$v \sim 331.4 + 0.61 T (m/s) \quad (3)$$

소리의 속력은 실험을 통해 측정한 파장과 진동수를 곱함으로써 얻을 수 있다(Halliday et al., 2004; Berg and Stork, 2005). 식으로 나타내어 보면,

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad (4)$$

여기서  $\lambda$ 는 파장,  $T$ 는 파동의 주기,  $f$ 는 파동의 진동수이다. 실험 방법 부분에서 다시 설명하겠지만 소리 파동의 파장,  $\lambda$ 를 측정하기 위하여 리사주 도형의 개념을 도입할 것이다. 리사주 도형이란 두 개의 정현파를 합성하여 그린 도형으로 많은 경우 주파수와 위상을 비교하는 데 사용되며 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

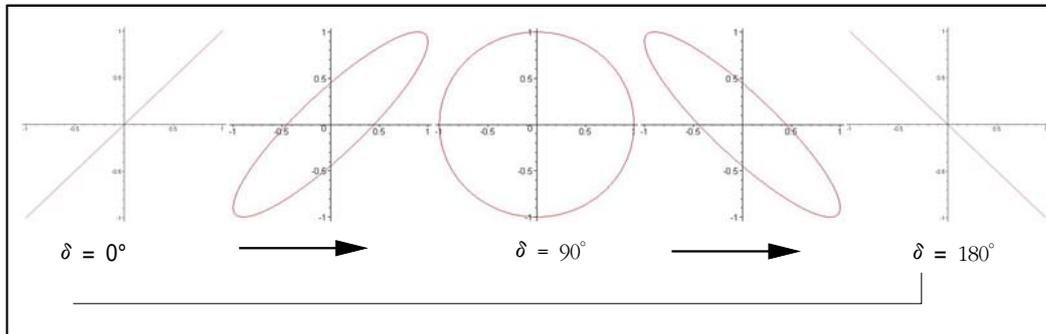


그림 1. 두 파동의 위상차에 따른 이론적인 리사주 도형.

$$x = A\sin(\omega_x t + \delta), \quad (5)$$

$$y = B\sin(\omega_y t)$$

여기서 A, B는 각 파동의 진폭,  $\omega_x$ 와  $\omega_y$ 는 각진동수이고,  $\delta$ 는 위상차를 나타낸다. 두 파형의 위상차에 따라 그림 1과 같은 다양한 형태의 도형이 나타나게 된다. 입력된 두 파동의 진폭과 진동수가 같다는 가정 하에, 그림 1의 첫 번째 그래프와 다섯 번째 그래프의 방정식은 각각

$$y = x, y = -x$$

으로 되어 직선이 되며, 세 번째 그래프의 방정식은

$$x^2 + y^2 = 1$$

으로 원이 되며, 두 번째 그림과 네 번째 그래프의 방정식은

$$\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{y}{B}\right)^2 - \frac{2xy\cos\delta}{AB} = \sin^2\delta$$

이므로 타원이 된다.

### 실험 방법

실험은 밀폐된 실험실에서 향온·향습기에 의해 실내 온도나 기압 등의 변인이 잘 유지되는 상태에서 진행되었다. 크게 두 단계로 실험을 진행하였으며, 첫 번째 단계의 실험에서는 리사주 도형을 이용하여 음파의 속력을 측정하는 실험을 수행하였으며 음파의 진동수 변화에 따른 속력의 변화를 측정하였다. 그리고 두 번째 실험에서는 온도를 변인으로 하여 음파의 속력이 어떠한 양상으로 변화하는가를 조사하였다.

#### 1. 소리의 진행속력 측정

첫 번째 실험으로 온도와 기압이 일정한 상태(20.4 °C, 1 기압)에서 소리의 속력을 측정하였다. 실험 장치는 그림 2와 같이 준비되었다. 먼저 파형발생기(A)에서 사인함수 형태의 파형을 발생시켰고, 이 파가 자체 증폭기가 장착된 스피커(B)를 통해서 소리 파동을 발생시켰다. 파형관측을 위하여 민감도를 10배까지 늘릴 수 있는 마이크로폰(C)을 사용하여 발생된 음파를

오실로스코프에 입력하였다. 마이크로폰은 레일(D)위에 놓인 역학수레(E)에 장착되어 한 방향으로 연속적인 움직일 수 있도록 설치되었다. 함수발생기에서 발생된 파형과 마이크로폰에 입력된 스피커로부터 발생된 음파는 각각 오실로스코프(F)의 2개 채널로 입력되었다. 입력된 두 파형은 x-y 모드에서 중첩되어 오실로스코프 화면에 리사주 도형을 나타내었다.

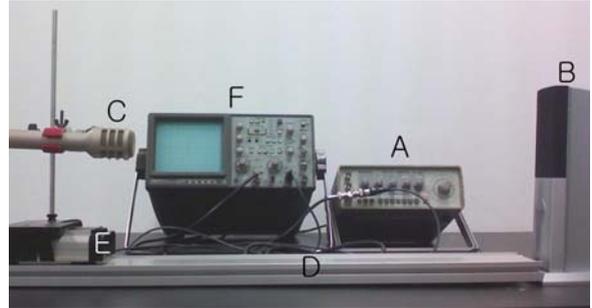


그림 2. 실험장치. 파형발생기(A), 스피커(B), 마이크로폰(C), 가이드레일(D), 역학수레(E), 오실로스코프(F)

음파발생기의 경우 발생 가능한 파형과 그 파의 주파수를 임의로 조절이 가능하다. 주파수의 경우는 실험자가 듣기에 많이 부담스럽지 않은 가청 범위 내에서 다양하게 변화를 주었다(0.4~2.0 kHz).

스피커의 경우 일반적으로 노트북이나 가전제품과 함께 사용되는 제품으로 자체적으로 음량이 조절되는 증폭기가 장착되어 있는 관계로 소리의 진폭을 임의로 조절하는 것이 가능하였다. 음량이 변할 때 리사주 도형은 기울기만 다르고 그 주기적인 모양은 같기 때문에 실험 진행에 별 문제가 되지 않았다. 이 스피커는 마이크가 설치되어 있는 수레의 한 쪽 끝에 고정시킨 상태로 설치하였다. 마이크는 소형 스탠드를 이용하여 고정된 높이와 각도를 유지할 수 있었으며, 실험 스탠드를 수레와 고정시킨 후 수레를 레일 위에서 움직이는 방법으로 마이크의 위치를 연속적으로 변화시킬 수 있도록 설치하였다. 마이크 자체에 민감도를 조절할 수 있게 되어 있어, 10×로 맞추어 10 배의 민감도를 가지도록 설정하였다. 이 때 민감도가 높아서 음파 시그널을 잘 입력하는 장점이 있지만, 측정할 때 실험자가 움직이는 것에 따라 공기의 이동으로 음파의 이동에 영향을 주어 리사주 도형이 잘 변화하는 문제점이 있었다. 이러한 문제는 실험자가 최대한 한 자리에서 움직이지 않고 위치를 측정하여 리사주 도형의 모양 변화를 최소화함으로써 해결할 수 있다.

그림 3에 보이는 것과 같이 오실로스코프의 화면에 나타난

도형의 모양은 x-y 모드에서 2 개의 채널에 입력된 두 파형의 중첩 결과를 나타내며, 이 때 관측된 리사주 도형을 확인하여 두 파형의 위상차를 확인할 수 있었다. 또한 x축 방향의 신호는 채널 1 에서 들어온 음파발생기의 신호로 설정하고, y축은 채널 2에서 들어온 마이크에 입력된 신호로 설정하였다.

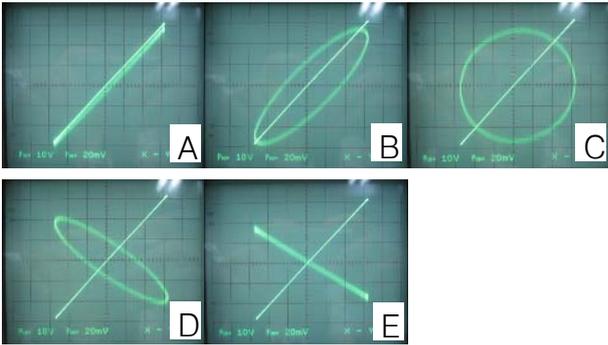


그림 3. 두 파형의 위상차에 따른 리사주 도형의 관측 결과.

리사주 도형의 특성상 두 축 방향으로 입력된 파의 위상이 같을 때는 기울기가 45° 인 일직선형의 도형을 관찰할 수 있고(그림 3A, E), 파의 위상차가 π/2 일 때는 원 모양의 도형(그림 3C), 그 외의 경우에는 타원(그림 3B, D)이 관찰 된다. 마이크의 초기 위치를 오실로스코프의 모니터를 통해 기울기가 양수인 일직선의 도형이 관찰될 때의 지점으로 정한 후, 마이크와 연결되어 있는 수레를 뒤로 이동시키면서 다시 한 번 기울기가 양수인 일직선 도형이 관찰될 때의 위치를 기록하여 두 지점의 거리차를 측정하였다. 이 거리 차는 리사주 도형이 한번 반복되어 나타날 때까지의 길이로, 위상차가 처음 위치 이후

에 다시 0 이 되었다는 것을 의미하므로 한 파장의 길이와 같다. 이를 이용하여 식 (4)에서 음파의 속력을 구하였다. 같은 방법으로 0.4 ~ 2.0 kHz 범위까지 진동수를 변화시키면서 각각의 경우의 소리의 진행속력을 구하였다. 한 진동수당 거리 차를 5 번 측정하여 얻은 데이터의 평균값을 사용하였다.

## 2. 온도 변화에 따른 소리의 진행속력 측정

두 번째 실험은 음파의 속력이 온도가 변함에 따라 어떠한 양상으로 변하는가에 대한 것이었다. 실험실은 외부와 충분히 차단되어 있고, 단열이 잘되며 내부에 설치된 항온·항습기를 사용하여 실험실 전체의 온도를 일정하게 조절하는 방법을 사용하였다. 온도는 상온에서 18.0 ~ 28.0 °C의 범위 내에서 변화시켰다. 히터를 켜 후, 최소 세 시간을 유지하여 실험실 전체의 온도평형이 이루어지도록 하였고, 수은 온도계 두 개를 이용하여 레일의 양끝 지점 부근의 온도를 확인한 후 실험을 진행하였다. 속도는 온도가 일정할 때 주파수에 의해서 그 값이 변하지 않기 때문에 각 온도에서의 주파수를 1.0 kHz로 일정하게 맞춘 상태로 실험을 실행하였다. 그 외의 실험 과정은 첫 번째 실험과 동일한 장치를 사용하여 같은 방법으로 진행하였다. 각각의 온도별로 거리 차를 다섯 번 측정하여 얻은 데이터의 평균값을 사용하였다.

## 실험 결과 및 토의

표 1은 20.4 °C에서 진동수 값을 0.2 kHz 간격으로 변화시키면서 측정된 데이터를 이용해 음파의 속력을 구한 실험 결과

표 1. 공기 중에서 진행되는 소리 파동의 속력 측정 결과. 소리 파동의 진동수를 0.4 kHz ~ 2.0 kHz 까지 변화시킬 때, 9 개의 다른 진동수 값에 대해서 각각 측정을 수행하였으며 오차범위는 ± 0.05 mm 이며 소리의 진행속력은  $v_s = f\lambda$  식을 사용하여 5회 반복 측정된 값으로 계산하였음.

n	f (kHz)									
	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	
λ (cm)	1	82.60	55.70	43.60	35.00	28.80	24.90	21.70	19.10	17.70
	2	82.40	56.00	43.70	34.80	28.95	24.95	21.60	19.20	17.30
	3	82.30	56.10	43.60	34.80	29.10	24.80	21.60	19.20	17.20
	4	82.65	55.90	43.90	35.00	28.90	24.90	21.90	19.40	17.30
	5	82.40	55.50	43.95	34.80	29.00	24.90	21.70	19.30	16.90
$v_s$ (m/s)	329.9±0.2	335.0±0.2	350.0±0.2	348.8±0.2	347.4±0.2	348.5±0.2	347.2±0.2	346.3±0.2	345.6±0.2	

를 보여준다. 각 진동수에서 측정을 통해 계산된 음파의 속력 평균값은 344.3 m/s로 이론에 의한 속력 343.5 m/s에 비해  $\pm 0.2\%$ 의 오차범위에서 잘 일치하는 것을 확인하였다. 표에서 나타난 것과 같이 스피커에서 발생하는 소리 파동의 진동수를 0.2 kHz 간격으로 증가시켰을 때, 오차 범위 내에서 소리 진행 속력의 진동수 의존성은 없음을 확인하였다.

또한 진동수 변화의 범위는 0.4 ~ 2.0 kHz로 진동수가 높을 수록 속력의 오차율이 작아지는 경향이 나타났으며 이러한 경향은 실험에 사용한 스피커의 진동수 특성에 의한 것으로 해석된다. 표 1의 실험결과를 보면 진동수를 여러 값으로 변화시키면서 얻은 오차를 중 가장 큰 값이 3.9 %인 것을 고려할 때, 실험적으로 구한 음파의 속력은 비교적 정확한 값을 알 수 있다.

그림 4는 온도에 따른 소리의 속력변화를 나타낸 그래프이다. 각 점들은 실제 실험에서 얻은 값으로, 각각의 온도마다 최소 5번의 반복 측정을 통하여 측정된 평균값을 나타내었다. 그리고 각각의 온도에서 실험값들의 평균을 점선으로 나타내었고, 등식 (2)로 구한 이론값을 실선으로 나타내었다. 온도에 따른 소리의 속력 그래프에서는 18.0 ~ 28.0 °C 까지 3.0 °C 또는 4.0 °C 간격으로 각 온도마다 네 개의 실험값을 측정하였다. 온도가 21.0 °C 인 경우, 값의 차이가 조금 큰 것을 제외하고 대부분 한 값에 집중되는 것을 확인하였다. 실험값과 이론값을 비교해 보면, 실험에 의해 계산된 소리의 진행속력이 온도의 증가에 따라 증가하는 것을 보여준다. 이러한 결과는 이론에 의한 그래프(그림 4 검은색 실선)의 1.5 % 범위 내에 모두 분포하고 있어 이론에 의한 예측과 비교적 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 본 연구의 결과로부터 소리의 진행속력과 온도와의 관계를 일반화하기에는 온도의 변화 범위가 다소 제한적인 측면이 있으므로 실험실의 온도를 넓은 범위에서 안정적으로 제어할 수 있다면 온도 의존성에 대한 보다 일반적인 관계를 측정할 수 있을 것이다.

### 결 론

파동의 중첩과 이들 사이의 위상차에 의해 나타나는 리사주 도형의 특성을 응용하여 공기 중에서 소리 파동의 진행속력을 측정할 수 있는 간단하며 비교적 정확한 실험방법을 제안하였다. 오실로스코프, 파형발생기, 스피커와 마이크로폰 등 기본적인 실험 장치를 사용하여 소리의 속력을 진동수와 온도, 두 가지 변수에 대하여 조사하였다. 그 결과 20.4 °C에서 음파의 속

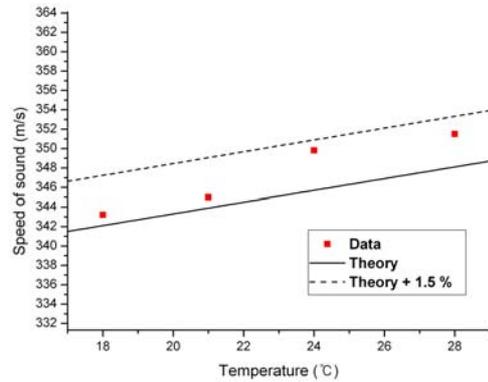


그림 4. 공기 중에서 전파하는 소리의 진행속력과 온도의 관계. 실선은 이론값이며 점선은 오차 범위가 1.5 % 범위에서 이론값과 일치함을 보여준다.

력은 344.3 m/s로 측정되었으며 0.2 %의 오차범위 내에서 이론값과 잘 일치하였다. 소리 파동 진동수가 0.4 ~ 2.0 kHz의 범위에서 변화할 때, 소리의 속력은 진동수와 무관하며 일정한 값을 갖는 것을 확인하였다. 온도 의존성에 대해서는 상온에서 공기의 온도 증가에 따라 소리 파동의 진행속력이 증가하며 이론값과 비교하여 1.5 % 범위에서 잘 일치하였다.

리사주 도형과 이를 응용한 소리의 진행속력 측정과 관련된 탐구활동은 소리 파동의 전파와 파동의 중첩 개념을 이해한 과학영재학생 또는 물리학을 이수한 대학생의 개념이해를 돕기 위한 심화학습에 활용될 수 있을 것이다.

### ABSTRACT

We have designed a simple experiment to measure the frequency and the temperature dependence of the speed of sound in air by using the Lissajous Curve for undergraduate laboratory. The speed of sound was measured in air by using the Lissajous curves and the value, 344.3 m/s was good agreement with theory under the condition of temperature, 20.4 °C. There was no frequency dependence between the frequencies, 0.4 ~ 2.0 kHz but temperature dependence of the speed of sound in air. This experimental activity would be a helpful learning materials for in-depth understanding concepts of superposition and propagation of sound waves for scientifically gifted students and undergraduate students.

**keywords:** speed of sound, sound wave, Lissajous curves, undergraduate laboratory

## 참고문헌

- 김경대, 김지나, 김광수, 한병래(2007) 예비과학교사의 파동관련 오개념 분석. *새물리*. 55: 397-408.
- 송진웅, 김익균, 오원근, 김영민, 박종원(2004) 학생들의 물리 오개념 지도. *복스힐*.
- 이영직, 권재술(1993) 오개념 견고성 지수. *한국과학교육학회지*. 30: 310-316.
- 오원근, 김재우(2006) 물리 전공이 아닌 중등학교 과학교사들의 빛과 파동 개념. *새물리*. 52: 512-520.
- Anderson HL (1981) A Physicist's Desk Reference (AIP, New York), 54-55.
- Berg RE and Brill DR (2005) Speed of Sound Using Lissajous Figures. *Phys. Teach.* 43: 36-39.
- Berg RE and Stork DG (2005) The Physics of Sound, 3rd ed. (Pearson-Prentice Hall, New Jersey), 23-29.
- Fazio C, Guastella I, Sperandeo-Mineo RM and Tarantino G (2006) Measuring longitudinal wave speed in solids: two methods and a half. *Eur. J. Phys.* 27: 687-701.
- Halliday D, Resnick R and Walker J (2004) Fundamental of Physics, 7th ed. (John Wiley & Sons, Inc., New Jersey), 446-449.
- Mak S-y, Ng Y-k and Wu K-w (2000) Measurement of the speed of sound in a metal rod. *Phys. Educ.* 35: 439-445.
- Marion J (2003) Classical Dynamics of Particles and Systems, 4th ed. (Academic Press, Inc.), 111-113.
- Muirhead FR (1979) Resonance tube for measurement of the speed of sound. *Phys. Teach.* 17: 131.
- Ng Y-k and Mak S-y (2001) Measurement of the speed of sound in water. *Phys. Educ.* 36: 65-70.
- Richard G (1996) Determining the speed of sound using the Doppler effect. *Phys. Teach.* 34: 126-127.
- Veasco S, Roman FL, Gonzalez A and White JA (2004) A computer-assisted experiment for the measurement of the temperature dependence of the speed of sound in air. *Am. J. Phys.* 72: 276-279.
- Wittmann MC, Steinberg RN, and Redish EF (2003) Understanding and affecting student reasoning about sound waves. *Int. J. Sci. Educ.* 25: 991-1013.
- Worland RS and Wilson DD (1999) The speed of sound in air as a function of temperature. *Phys. Teach.* 37: 53-57.